תרגול - ממירי מתח ממותגים
בקרה של ממיר ממותג

<u>ניתוח יציבות</u>

היציבות של נקודת עבודה נקבעת לפי הקטבים של מערכת האותות הקטנים:

- נקודת העבודה <u>יציבה</u> אם כל הקטבים הם <u>בצד שמאל</u> של המישור המרוכב.
- נקודת העבודה <u>אינה יציבה</u> אם <u>קיים קוטב בצד ימין</u> של המישור המרוכב.
- אם קיים קוטב על הציר המדומה (חלק ממשי אפס), אז היציבות אינה מוגדרת היטב.

<u>מבחן היציבות של בודה</u>

אם

א. הגבר החוג $T(s)$ הוא התמרת לפלס של תגובה להלם ממשית, או במילים אחרות, החלק המדומה של התגובה להלם שווה לאפס. (זהו תנאי ברור מאליו במערכת פיזיקאלית)

ב. הקטבים של $T(s)$ הם בצד שמאל של המישור המרוכב, פרט אולי לקוטב יחיד בראשית.

ג. הגבול $T(\infty)=\lim_{|s|\to\infty}T(s)$ קיים, וגם

a. $T(\infty)$ ממשי,

b. $-1<T(\infty)<1$

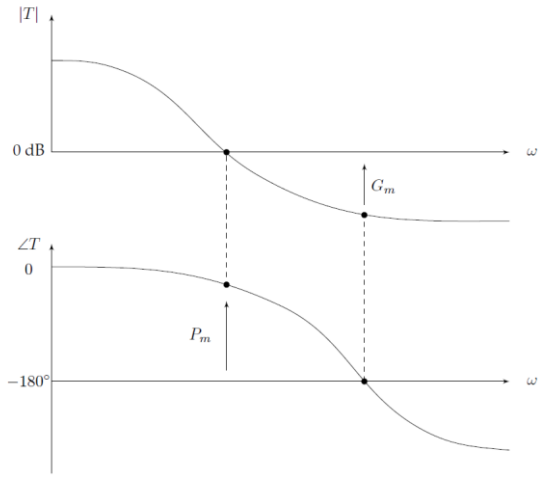
ובנוסף,

ה. ההגבר $|T(j\omega)|$ והפאזה $\angle T(j\omega)$ של הגבר החוג הן פונקציות מונוטוניות יורדות.

ו. $\lim_{\omega\to 0}\angle T(j\omega)$ שווה ל- $+90^\circ, -90^\circ$ או 0°.

אזי מגדירים:

$$\begin{aligned}&\text{Gain Margin (GM):} \quad \mathrm{GM}=0\,dB-|T|_{\mathrm{dB}} \text{ at } \omega \text{ such that } \angle T(j\omega)=-180^\circ\\ &\text{Phase Margin (PM):} \quad \mathrm{PM}=\angle T-(-180^\circ) \text{ at } \omega \text{ such that } |T(j\omega)|=0\text{ dB}\end{aligned} \tag{1}$$



דוגמא למדדים Gain-Margin (GM) ו – Phase Margin (PM).

שני המדדים חיוביים בדוגמא זו, ולכן נקודת העבודה יציבה.

כמו כן,

- אם הפאזה $\angle T(j\omega)$ אינה חותכת את -180° נהוג להגדיר $\mathrm{GM}=\infty$.
- אם ההגבר $|T(j\omega)|$ אינו חותך את $0\ \mathrm{dB}$ נהוג להגדיר $\mathrm{PM}=\infty$.

אם התנאים (א) – (ג), (ה), (ו) שהוגדרו קודם מתקיימים, אזי:

- אם $\mathrm{GM}>0$ וגם $\mathrm{PM}>0$ אזי נקודת העבודה <u>יציבה</u>.
- אם $\mathrm{GM}<0$ או $\mathrm{PM}<0$ אזי נקודת העבודה <u>חשודה באי יציבות</u> (ובמערכות מעשיות לרוב אינה יציבה).

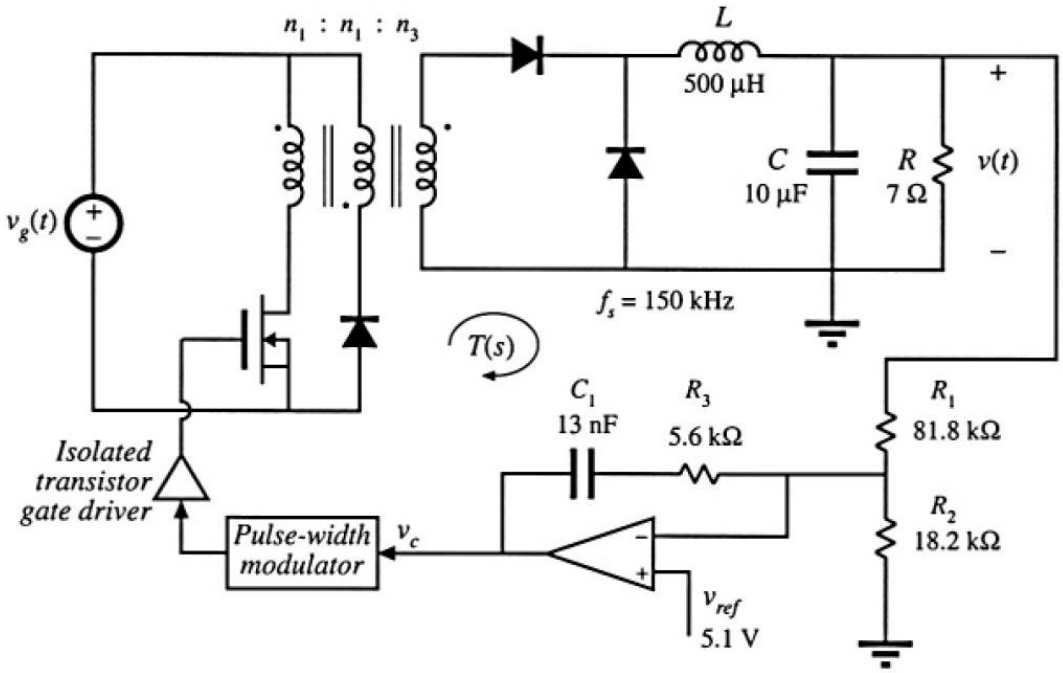
(שימו לב: תחת התנאים שהגדרנו, אם מדד אחד חיובי גם השני יהיה חיובי)

הערות:

- תנאים (א) – (ג) יתקיימו לרוב במעגלים מעשיים.
- פעמים רבות תנאים (ה), (ו) אינם מתקיימים במעגלים מעשיים, ולמרות זאת ה – GM וה - PM חוזים בהצלחה את יציבות המעגל. משום כך נהוג להשתמש במדדים אלה לתכנון חוג המשוב, ולאחר מכן לוודא את התוצאה בעזרת מבחני יציבות כלליים יותר, או סימולציה.

תרגיל

נתבונן בממיר הבא:



<u>הנחות:</u>

- הממיר חסר הפסדים,
- הממיר עובד ב – CCM,
- לאורך מחזור מיתוג יחיד האות הממוצע כמעט קבוע,
- הזרם בסליל משולש בקירוב, ומתח המוצא $v(t)$ בעל אדווה זניחה,
- מגבר השרת אידיאלי.

נתונים:

$$V_g = 380\ \text{V} \quad , \quad n_1/n_3 = 4.5$$

$$d(t) = \frac{1}{2}\frac{v_c(t)}{V_m} \quad \text{with} \quad V_m = 3\ \text{V} \quad , \quad 0 \le d(t) \le 0.5$$

הערכים של הסלילים, הקבלים והנגדים מוצגים באיור

סעיף א

בנקודת העבודה, חשבו את D, V, V_c (רשמו ערכים מספריים).

פתרון סעיף א

נוח להתחיל את החישוב של נקודת העבודה ממגבר השרת. מכיוון שמגבר השרת אידיאלי, ובנקודת העבודה אין זרם בקבל C_1 ,

$$V_+ = V_-$$

(2) $$V_{ref} = V\frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \Rightarrow \quad V = V_{ref}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = 5.1\left(1 + \frac{81.8}{18.2}\right) \approx 28\ \text{V}$$

על מנת לחשב את ה – duty-cycle, נעזר בהגבר של ממיר Forward במצב היציב:

(3) $$V = \frac{n_3}{n_1}DV_g \quad \Rightarrow \quad D = \frac{n_1}{n_3}\frac{V}{V_g} = 4.5\frac{28}{380} \approx 0.332$$

ולבסוף ניתן לחשב גם את המתח במוצא מגבר השרת:

(4) $$D = \frac{1}{2}\frac{V_c}{V_m} \quad \Rightarrow \quad V_c = 2DV_m = 2 \cdot 0.332 \cdot 3 \approx 2\ \text{V}$$

סעיף ב

דרגת ההספק של הממיר מתוארת באות קטן על ידי

(5) $$\hat{v}(s) = G_{vd}(s)\hat{d}(s) + G_{vg}(s)\hat{v}_g(s)$$

חשבו את פונקציות התמסורת $G_{vd}(s), G_{vg}(s)$ כפונקציה של נתוני המעגל.

בחישוב ניתן להזניח את השראות המגנוט והשראות הזליגה של השנאי, מכיוון שבממירים מעשיים להשראויות אלה השפעה זניחה על הדינאמיקה של הממיר.

פתרון סעיף ב

נתחיל מרישום המשוואות הדיפרנציאליות של הממיר.

עבור הסליל:

$$L\frac{d}{dt}\langle i\rangle = d\left(\frac{n_3}{n_1}\langle v_g\rangle - \langle v\rangle\right) + d'\left(-\langle v\rangle\right) \tag{6}$$
$$= d\frac{n_3}{n_1}\langle v_g\rangle - \langle v\rangle$$

ועבור הקבל:

$$C\frac{d}{dt}\langle v\rangle = d\left(\langle i\rangle - \frac{\langle v\rangle}{R}\right) + d'\left(\langle i\rangle - \frac{\langle v\rangle}{R}\right) \tag{7}$$
$$= \langle i\rangle - \frac{\langle v\rangle}{R}$$

על מנת לבנות מודל אות קטן נשתמש בשיטה המקוצרת:

$$\begin{array}{llll} a. & d\cdot\langle x\rangle & \rightarrow & D\hat{x} + X\hat{d} \\ b. & (1-d)\cdot\langle x\rangle & \rightarrow & (1-D)\hat{x} - X\hat{d} \\ c. & \langle x\rangle & \rightarrow & \hat{x} \end{array}$$

ונקבל

$$L\frac{d}{dt}\hat{i} = D\frac{n_3}{n_1}\hat{v}_g + V_g\frac{n_3}{n_1}\hat{d} - \hat{v} \tag{8}$$
$$C\frac{d}{dt}\hat{v} = \hat{i} - \frac{\hat{v}}{R}$$

על מנת לחשב את פונקציות התמסורת הרצויות נשתמש בהתמרת לפלס:

$$sL\hat{i}(s) = D\frac{n_3}{n_1}\hat{v}_g(s) + V_g\frac{n_3}{n_1}\hat{d}(s) - \hat{v}(s) \tag{9}$$
$$sC\hat{v}(s) = \hat{i}(s) - \frac{\hat{v}(s)}{R}$$

לאחר מספר פעולות אלגבריות נקבל

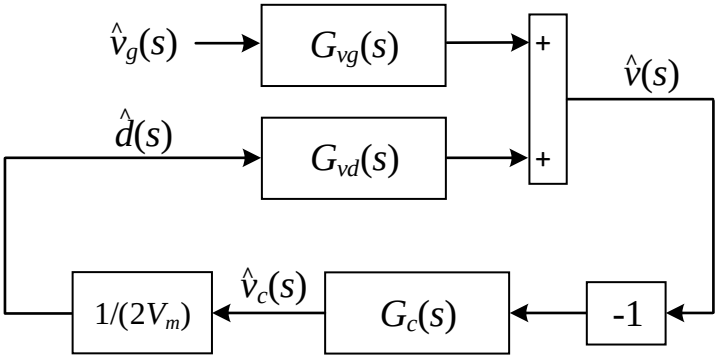
$$\hat{v}(s) = \frac{(n_3/n_1)V_g}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}\hat{d}(s) + \frac{(n_3/n_1)D}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}\hat{v}_g(s) \tag{10}$$

ופונקציות התמסורת הן

$$\hat{v}(s) = G_{vd}(s)\hat{d}(s) + G_{vg}(s)\hat{v}_g(s) \tag{11}$$
$$G_{vd}(s) = \frac{(n_3/n_1)V_g}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1} \qquad G_{vg}(s) = \frac{(n_3/n_1)D}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

סעיף ג

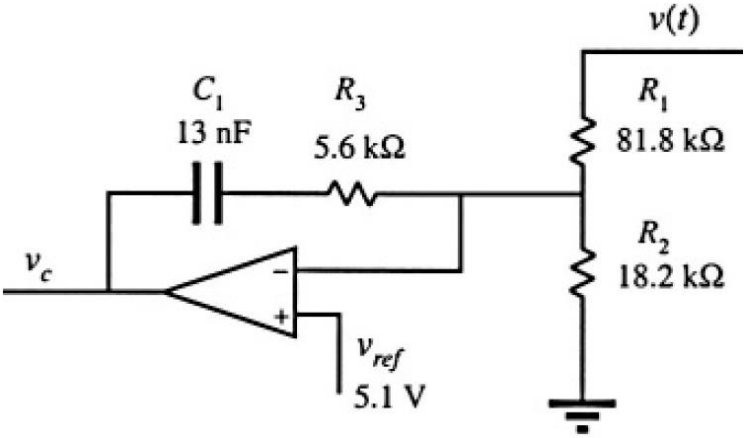
להלן תרשים זרימת אות המתאר את המעגל:



חשבו את $G_c(s)$.

פתרון סעיף ג

התמסורת $G_c(s)$ מייצגת את הקשר בין $v(s)$ ל - $\hat{v}_c(s)$ שנובע ממגבר השרת:



התמסורת של המעגל באות קטן:

$$\frac{\hat{v}_c(s)}{\hat{v}(s)} = -\frac{\frac{1}{sC_1} + R_3}{R_1} = -\frac{1 + C_1 R_3 s}{sC_1 R_1} \qquad (12)$$

(זכרו שבניתוח אות קטן הקבוע V_{ref} מתאפס)

ומכאן

$$G_c(s) = \frac{1 + C_1 R_3 s}{sC_1 R_1} \qquad (13)$$

סעיף ד

חשבו את הגבר החוג $T(s)$, ואת התמסורת $\hat{v}(s)/\hat{v}_g(s)$.

פתרון סעיף ד

ניתן לחשב את התמסורות הללו ישירות מתרשים זרימת האות.

הגבר החוג $T(s)$ מתקבל על ידי מכפלה של פונקציות התמסורת שמהוות את חוג המשוב (בסימן מינוס):

$$T(s) = G_{vd}(s)\frac{1}{2V_m}G_c(s) \tag{14}$$

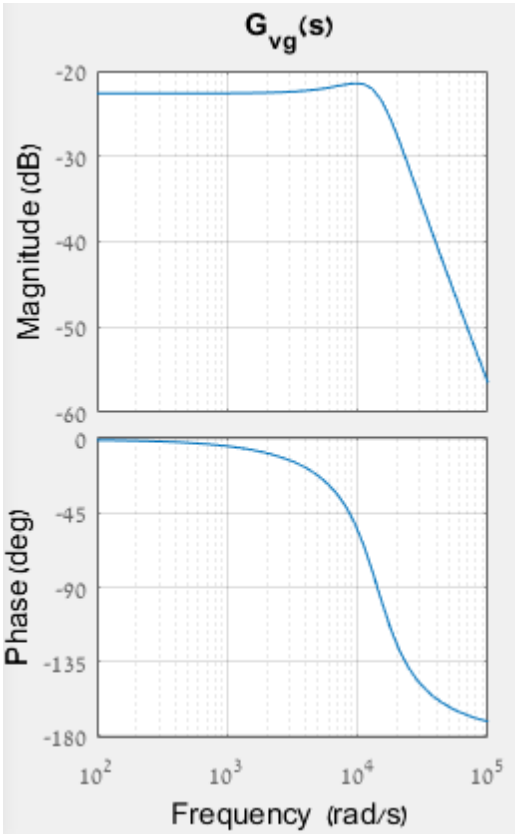
ופונקציית התמסורת :

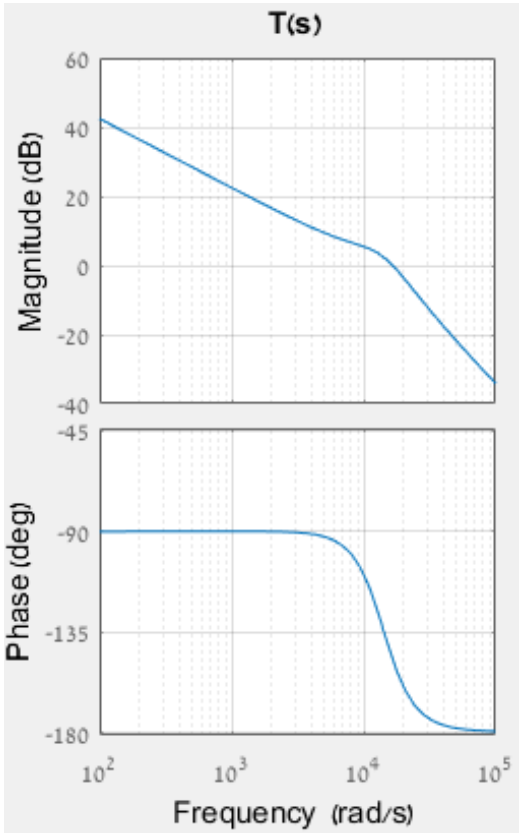
$$\hat{v}(s) = \underbrace{-G_{vd}(s)\frac{1}{2V_m}G_c(s)}_{\text{loop gain } T(s)}\hat{v}(s) + G_{vg}(s)\hat{v}_g(s)$$

$$\frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{G_{vg}(s)}{1+T(s)} \tag{15}$$

סעיף ה

להלן תגובת התדר של $T(s)$ ו - $G_{vg}(s)$:





- העריכו (במקורב) את שולי הפאזה. האם המעגל יציב?

- נניח שמתח הכניסה כולל רעש קטן בתדר של 100 הרץ:

$$v_g(t) = V_g + \hat{v}_g(t) = 380 + 5\cos(2\pi 100 t) \quad [\text{V}]$$

העריכו את האמפליטודה של הרעש במתח המוצא $v(t)$.

<u>פתרון סעיף ה</u>

לפי תגובת התדר של $T(s)$ שולי הפאזה הם $\text{PM} \approx 30^\circ$, ולכן המעגל יציב.

(בסעיף זה אין צורך לדייק, אנו מעוניינים למצוא תשובות מקורבות בלבד)

על מנת להעריך את האמפליטודה של הרעש במוצא נחשב את התגובה של $\hat{v}(s)/\hat{v}_g(s)$ לאות סינוסואידלי:

$$\begin{aligned} \hat{v}_g(t) &= 5\cos(\omega_0 t) \qquad [\text{V}] \\ \hat{v}(t) &= A\cdot\cos(\omega_0 t + \varphi) \quad [\text{V}] \end{aligned}$$

(16)

$$\omega_0 = 2\pi 100 \approx 628 \text{ rad/s}$$

$$A = 5\cdot\left|\hat{v}(j\omega_0)/\hat{v}_g(j\omega_0)\right| \quad , \quad \varphi = \angle\left(\hat{v}(j\omega_0)/\hat{v}_g(j\omega_0)\right)$$

על מנת לחשב את האמפליטודה (A) של הרעש במוצא יש לחשב במקורב את ההגבר $\left|\hat{v}(j\omega)/\hat{v}_g(j\omega)\right|$ בתדר $\omega_0 = 2\pi 100 \approx 628 \text{ rad/s}$. קיבלנו קודם את הקשר

(17)
$$\frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{G_{vg}(s)}{1+T(s)} \quad \Rightarrow \quad \left|\frac{\hat{v}(j\omega_0)}{\hat{v}_g(j\omega_0)}\right| = \frac{\left|G_{vg}(j\omega_0)\right|}{\left|1+T(j\omega_0)\right|}$$

ולפי הגרפים:

(18)
$$\begin{aligned} &\left|G_{vg}(j\omega_0)\right| \approx -22 \text{ dB} = 0.08 \\ &\left|1+T(j\omega_0)\right| \underset{|T(j\omega_0)|\gg 1}{\approx} \left|T(j\omega_0)\right| \approx 25 \text{ dB} \approx 17.8 \end{aligned}$$

ולכן

(19)
$$\left|\frac{\hat{v}(j\omega_0)}{\hat{v}_g(j\omega_0)}\right| \approx \frac{0.08}{17.8} = 0.0045$$

והאמפליטודה של הרעש במוצא:

(20)
$$A = 5\cdot\left|\hat{v}(j\omega_0)/\hat{v}_g(j\omega_0)\right| \approx 5\cdot 0.0045 = 0.0225 = 22.5 \text{ mV}$$